

21. SOAL-SOAL TRANSFORMASI GOMETRI

UAN2002

1. Bayangan garis $y = 2x + 2$ yang dicerminkan terhadap garis $y = x$ adalah:

- A. $y = x + 1$ C. $y = \frac{x}{2} - 1$ E. $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$
 B. $y = x - 1$ D. $y = \frac{x}{2} + 1$

Jawab:

rumus dasarnya :

$$P(x,y) \rightarrow P'(x', y') \dots(1)$$

pencerminan terhadap garis $y = x$:

$$P(x,y) \rightarrow P'(y, x) \dots(2)$$

Dari (1) dan (2) maka :

$$x' = y \quad \text{dan} \quad y' = x \dots(3)$$

substitusikan (3) ke garis $y = 2x + 2$

$$x' = 2y' + 2 \Leftrightarrow 2y' = x' - 2$$

$$y' = \frac{x'}{2} - 1$$

Hasil pencerminannya adalah :

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

jawabannya adalah C

UAN2005

2. Persamaan bayangan kurva $y = x^2 - 2x - 3$ oleh rotasi $[0, 180^\circ]$, kemudian dilanjutkan oleh pencerminan terhadap garis $y = -x$ adalah

- A. $y = x^2 - 2x - 3$ D. $x = y^2 - 2y - 3$
 B. $y = x^2 - 2x + 3$ E. $x = y^2 + 2y + 3$
 C. $y = x^2 + 2x + 3$

jawab:

1. Rotasi terhadap $R [0, \theta] = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

$$\text{Maka rotasi terhadap } R[0, 180^\circ] = \begin{pmatrix} \cos 180^\circ & -\sin 180^\circ \\ \sin 180^\circ & \cos 180^\circ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Rotasi sudut-sudut yang lain dapat dihitung sendiri menggunakan kaidah trigonometri atau bisa dilihat di tabel (Rangkuman teori).

2. pencerminan terhadap garis $y = -x$

$$P(x,y) \rightarrow P'(-y, -x), \text{ matriksnya } \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bayangan oleh oleh rotasi $[0, 180^\circ]$, kemudian dilanjutkan oleh pencerminan terhadap garis $y = -x$ adalah :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= (y,x)$$

$$x' = y \quad ; \quad y' = x$$

substitusikan pada kurva $y = x^2 - 2x - 3$

$$x' = y'^2 - 2y' - 3$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 2y - 3$$

jawabannya adalah D

EBTANAS1993

3. Persamaan bayangan dari lingkaran $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ oleh transformasi yang berkaitan dengan matriks

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ adalah....}$$

- A. $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$
 B. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$
 D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$
 E. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$

Jawab:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$$

$$x' = y \text{ dan } y' = -x \Leftrightarrow -y' = x$$

substitusikan pada persamaan lingkaran $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ menjadi :

$$(-y')^2 + (x')^2 - 4y' - 6x' - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow y'^2 + x'^2 - 4y' - 6x' - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$$

Jawabannya adalah A

EBTANAS1995

4. T_1 dan T_2 adalah transformasi yang masing-masing

bersesuaian dengan $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

Ditentukan $T = T_1 \circ T_2$, maka transformasi T bersesuaian dengan matriks...

A. $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

Jawab:

$$M_1 = \text{matriks transformasi } T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$M_2 = \text{matriks transformasi } T_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$T = T_1 \circ T_2 = M_1 \times M_2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1.2+2.1) & (1.1+2.(-2)) \\ (-1.2+3.1) & (-1.1+3.(-2)) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$$

Jawabannya adalah E

EBTANAS1992

5. Ditentukan matriks transformasi $T_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ dan

$T_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Hasil transformasi titik (2,-1) terhadap

T_1 dilanjutkan T_2 adalah....

A. (-4,3) B. (-3,4) C. (3,4) D. (4,3) E. (3,-4)

jawab:

Transformasi T_1 dilanjutkan oleh $T_2 = T_2 \circ T_1$

$$T_2 \circ T_1 = M_2 \times M_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Hasil transformasi titik (2,-1) terhadap T_1 dilanjutkan T_2

$$\text{adalah } \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (-4, 3)$$

Jawabannya adalah A

UN2005

6. Persamaan bayangan garis $y = -6x + 3$ karena

transformasi oleh matriks $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ kemudian dilanjutkan

dengan matriks $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ adalah...

A. $x + 2y + 3 = 0$ D. $13x + 11y + 9 = 0$
 B. $x + 2y - 3 = 0$ E. $13x + 11y - 9 = 0$
 C. $8x - 19y + 3 = 0$

Jawab:

$$\text{Matriks } T_1 = M_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Matriks } T_2 = M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Transformasi T_1 dilanjutkan T_2 adalah $T_2 \circ T_1 = M_2 \times M_1$

$$M_2 \times M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ingat bab matriks :

Jika $A \cdot B = C$ maka

1. $A = C \cdot B^{-1}$
2. $B = A^{-1} \cdot C$

$$A \cdot B = C \Leftrightarrow C = A \cdot B$$

$$C = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$B = A^{-1} \cdot C$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|-10 - (-4 \cdot 4)|} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{|-10 - (-16)|} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{6} & \frac{4}{6} \\ -\frac{4}{6} & -\frac{2}{6} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{6} & \frac{4}{6} \\ -\frac{4}{6} & -\frac{2}{6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{5}{6}x' + \frac{4}{6}y'$$

$$y = -\frac{4}{6}x' - \frac{2}{6}y'$$

substitusikan pada persamaan garis $y = -6x + 3$

$$-\frac{4}{6}x' - \frac{2}{6}y' = -5x' - 4y' + 3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{6}x' + 5x' - \frac{2}{6}y' + 4y' - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x' + 30x'}{6} + \frac{-2y' + 24y'}{6} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{26x'}{6} + \frac{22y'}{6} - 3 = 0 \quad | \times 6 |$$

$$\Leftrightarrow 26x' + 22y' - 18 = 0 \quad | : 2 |$$

$$\Leftrightarrow 13x' + 11y' - 9 = 0$$

$$\Rightarrow 13x + 11y - 9 = 0$$

Jawabannya adalah E

UAN2004

7. Bayangan titik A (4,1) oleh pencerminan terhadap garis $x=2$ dilanjutkan pencerminan terhadap garis $x=5$ adalah titik....

- A. $A''(8,5)$ C. $A''(8,1)$ E. $A''(20,2)$
 B. $A''(10,1)$ D. $A''(4,5)$

Jawab:

1. Cara 1 (dengan rumus)

Pencerminan terhadap garis $x = h$

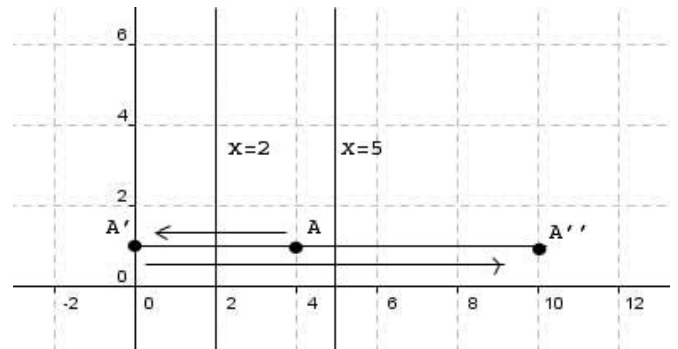
$$P(x,y) \rightarrow P'(x', y') = P'(2h - x, y)$$

$$A(4,1) \xrightarrow{x=2} A'(2(2)-4, 1)$$

$$A'(0,1) \xrightarrow{x=5} A''(2 \cdot 5 - 0, 1)$$

$$\Leftrightarrow A''(10,1)$$

2. Cara 2 (dengan gambar)



titik A (4,1) dicerminkan terhadap garis $x=2$ didapat $A'(0,1)$ kemudian dicerminkan lagi terhadap garis $x=5$ didapat $A''(10,1)$

Jawabannya adalah B

UAN2004

8. T_1 adalah transformasi yang bersesuaian dengan matriks

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan } T_2 \text{ adalah transformasi yang bersesuaian}$$

dengan matriks $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Bayangan A(m,n) oleh transformasi $T_1 \circ T_2$ adalah (-9,7).

Nilai $m+n$ sama dengan...

- A. 4 B.5 C.6 D.7 E.8

Jawab:

$$\begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} = M_1 \times M_2 \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -5 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

$$-m - 3n = -9$$

$$-5m + 11n = 7$$

$$-m - 3n = -9 \quad | \times 5 | \Rightarrow -5m - 15n = -45$$

$$\begin{array}{r} -5m + 11n = 7 \quad | \times 1 | \Rightarrow \underline{-5m + 11n = 7} \\ -26n = -52 \\ n = 2 \end{array}$$

$$-m - 3n = -9$$

$$-m = 3n - 9$$

$$m = 9 - 3n$$

$$= 9 - 3 \cdot 2 = 9 - 6 = 3$$

Sehingga $m + n = 3 + 2 = 5$

Jawabannya adalah B

UAN2001

9. Bayangan ΔABC dengan $A(2,1)$, $B(6,1)$, $C(5,3)$ karena refleksi terhadap sumbu y dilanjutkan rotasi $(0,90^\circ)$ adalah...

A. $A''(-1,-2)$, $B''(1,6)$ dan $C''(-3,-5)$

B. $A''(-1,-2)$, $B''(1,-6)$ dan $C''(-3,-5)$

C. $A''(1,-2)$, $B''(-1,6)$ dan $C''(-3,5)$

D. $A''(-1,-2)$, $B''(-1,-6)$ dan $C''(-3,-5)$

E. $A''(-1,2)$, $B''(-1,-6)$ dan $C''(-3,-5)$

jawab:

1 Pencerminan/refleksi terhadap sumbu Y

$$P(x,y) \rightarrow P'(-x, y)$$

2. Rotasi $(0, 90^\circ)$:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow x' = -y ; y' = x$$

Rumus langsung:

$$P(x,y) \rightarrow P'(-y, x)$$

sb: y rotasi $(0,90^\circ)$:

$$P(x,y) \rightarrow P'(-x, y) \rightarrow P''(-y, -x)$$

catatan:

dari $P'(-x, y)$ dirotasi $(0,90^\circ)$ menjadi $P''(-y, -x)$

didapat dari rumus rotasi $(0,90^\circ)$

$$P(x,y) \rightarrow P'(-y, x)$$

sehingga :

$$\begin{matrix} (-x, y) & (-y, x) \end{matrix}$$

$$A(2,1) \rightarrow A'(-2,1) \rightarrow A''(-1,-2)$$

$$B(6,1) \rightarrow B'(-6,1) \rightarrow B''(-1,-6)$$

$$C(5,3) \rightarrow C'(-5,3) \rightarrow C''(-3,-5)$$

2. Cara 2 (langsung)

refleksi terhadap sumbu Y dilanjutkan rotasi $(0,90^\circ)$:

sb: y rotasi $(0,90^\circ)$:

$$\begin{matrix} (-x,y) & (-y,x) \end{matrix}$$

$$P(x,y) \rightarrow P'(-x, y) \rightarrow P''(-y, -x)$$

catatan:

dari $P'(-x, y)$ dirotasi $(0,90^\circ)$ menjadi $P''(-y, -x)$

didapat dari rumus rotasi $(0,90^\circ)$

$$P(x,y) \rightarrow P'(-y, x)$$

$$P(x,y) \rightarrow P''(-y, -x)$$

$$A(2,1) \rightarrow A''(-1,-2)$$

$$B(6,1) \rightarrow B''(-1,-6)$$

$$C(5,3) \rightarrow C''(-3,-5)$$

Jawabannya adalah D

UAN2003

10. Persamaan peta kurva $y = x^2 - 3x + 2$ karena pencerminan terhadap sumbu x dilanjutkan dilatasi dengan pusat O dan factor skala 3 adalah...

A. $3y + x^2 - 9x + 18 = 0$

B. $3y - x^2 + 9x - 18 = 0$

C. $3y - x^2 + 9x + 18 = 0$

D. $3y + x^2 + 9x + 18 = 0$

E. $y + x^2 + 9x - 18 = 0$

Jawab:
 pencerminan terhadap sumbu x:
 $P(x,y) \rightarrow P'(x, -y)$

Dilatasi terhadap titik pusat $O(0,0)$ dengan factor skala 3 :
 $[O, k] : P(x,y) \rightarrow P'(kx, ky)$

$[O,3k] : P(x,y) \rightarrow P'(3x, 3y)$

pencerminan terhadap sumbu x dilanjutkan dilatasi dengan pusat O dan factor skala 3 :

$P(x,y) \rightarrow P'(x, -y) \rightarrow P''(3x, -3y)$

$x'' = 3x \Rightarrow x = \frac{1}{3} x''$

$y'' = -3y \Rightarrow y = -\frac{1}{3} y''$

Substitusi pada persamaan $y = x^2 - 3x + 2$ menjadi:

$-\frac{1}{3} y'' = (\frac{1}{3} x'')^2 - 3 \cdot \frac{1}{3} x'' + 2$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} y'' = \frac{1}{9} x''^2 - x'' + 2 \quad | \times 9 |$

$\Leftrightarrow -3 y'' = x''^2 - 9 x'' + 18$

$\Leftrightarrow 3 y'' + x''^2 - 9 x'' + 18 = 0 \Rightarrow 3 y + x^2 - 9x + 18 = 0$

jawabannya adalah A

EBTANAS2001

11. Luas bayangan persegipanjang PQRS dengan $P(-1,2), Q(3,2), R(3,-1), S(-1,-1)$ karena dilatasi $[0,3]$ dilanjutkan rotasi pusat O bersudut $\frac{\pi}{2}$ adalah...

- A. 36 B. 48 C. 72 D. 96 E. 108

jawab:

dilatasi $[0,3]$:

$[O,3k] : P(x,y) \rightarrow P'(3x, 3y)$

Rotasi pusat O bersudut $\frac{\pi}{2}$ { R $[0, \frac{\pi}{2}]$ }:

$P(x,y) \rightarrow P'(-y, x)$

$[0,3] \quad (-y, x)$

$P(x,y) \rightarrow P'(3x, 3y) \rightarrow P''(-3y, 3x)$

Sehingga :

$P(x,y) \rightarrow P''(-3y, 3x)$

$P(-1,2), Q(3,2), R(3,-1), S(-1,-1)$

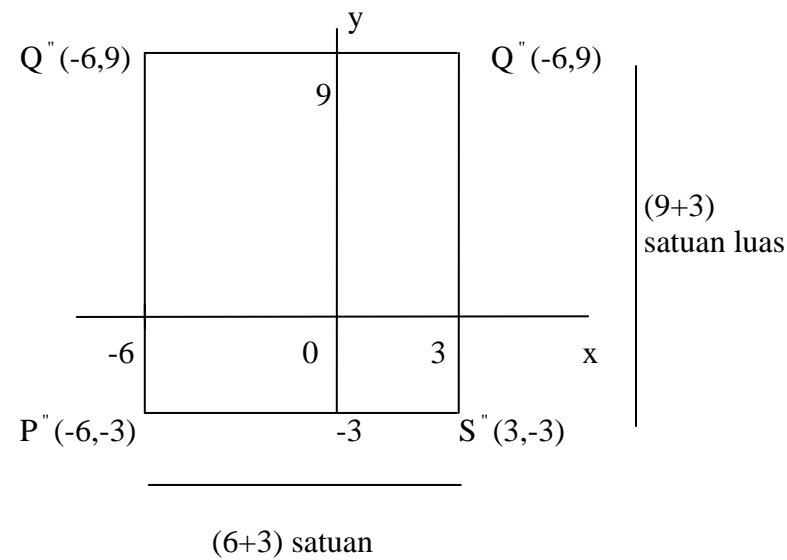
$P(-1,2) \rightarrow P''(-6,-3)$

$Q(3,2) \rightarrow Q''(-6,9)$

$R(3,-1) \rightarrow R''(3,9)$

$S(-1,-1) \rightarrow S''(3,-3)$

Buat sketsa gambarnya:



Sehingga luas transformasinya adalah :

Panjang (p) x lebar (l) = $12 \times 9 = 108$ satuan luas

jawabannya adalah E

EBTANAS2001

12. Segitiga ABC dengan $A(2,1), B(6,1), C(6,4)$

ditransformasikan dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Luas bangun hasil transformasi segitiga ABC adalah....

- A. 56 satuan luas C. 28 satuan luas E. 18 satuan luas
 B. 36 satuan luas D. 24 satuan luas

Jawab:

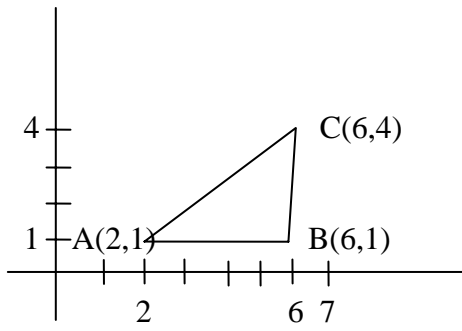
misalkan $T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ maka

Luas bayangan/transformasi $\Delta ABC = |\det T| \times \text{luas } \Delta ABC$

$|\det T| = |ad - bc| = |3 \cdot 1 - 0| = 3$

luas ΔABC :

buat sketsa gambar:



$$\begin{aligned}\text{Luas } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \text{ alas x tinggi ;} \\ &= \frac{1}{2} \times AB \times BC \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas bayangan/transformasi } \triangle ABC &= |\det T| \times \text{luas } \triangle ABC \\ &= 3 \times 6 = 18 \text{ satuan luas}\end{aligned}$$

Jawabannya adalah E