

GEOMETRI

- **Geometri Dasar**

Oleh:
WIDOWATI

Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Geometri dasar

- Himpunan berbentuk $\{\Sigma, \Gamma, \Omega\}$ beserta sistem aksioma yang melibatkan 5 aksioma disebut **Struktur Geometri Euclid**, dengan unsur-unsur dari himpunan masing-masing disebut dengan titik-titik, garis-garis dan bidang-bidang
- Lima (5) aksioma tsb adalah
 - a1. Aksioma insidensi
 - a2. Aksioma keantaraan (tanpa memperhatikan letak) dan urutan (memperhatikan letak)

Lima aksioma (lanjutan)

- **a3. Aksioma kekongruenan**
- **a4. Aksioma kekontinyuan (archimedes)**
- **a5. Aksioma kesejajaran euclid**

AKSIOMA-AKSIOMA DASAR

Aksioma insidensi

- **Jika ada dua titik berbeda, akan ada tepat satu garis yang memuat dua titik tersebut**
- **Jika ada tiga titik berbeda dan tidak segaris, maka ada tepat satu bidang yang memuat ketiga titik tersebut.**
- **Jika ada dua titik berbeda terletak pada suatu bidang, maka garis yang memuat kedua titik tersebut terletak pada bidang.**

Aksioma insidensi(LANJUTAN)

- **Jika dua bidang berpotongan, maka perpotongannya adalah suatu garis.**
- **Setiap garis memuat sedikitnya dua titik, setiap bidang memuat sedikitnya 3 titik yang tidak segaris dan setiap ruang memuat sedikitnya empat titik yang tidak sebidang.**

Aksioma keantaraan

I. Jika A dan B dua titik, maka

- **terdapat sedikitnya satu titik C sehingga C diantara A dan B**
- **terdapat sedikitnya satu titik D sehingga B diantara A dan D**
- **terdapat sedikitnya satu titik E sehingga A diantara B dan E**

Aksioma keantaraan(LANJUTAN)

- 2. Jika A , B dan C suatu titik sehingga B diantara A dan C , maka A , B , dan C berbeda & terletak pada satu garis (kolinear).**
- 3. Jika A , B dan C suatu titik sehingga B diantara A dan C , maka B diantara C dan A .**

Aksioma keantaraan(LANJUTAN)

4. Jika A, B dan C tiga titik kolinear, maka tepat satu dari tiga keadaan ini benar:

- **B diantara A dan C**
- **C diantara A dan B**
- **A diantara B dan C.**

Segitiga

Sifat-sifat segitiga , antara lain :

- **Jumlah sudut-sudut segitiga sama dengan 180° .**
- **Panjang suatu sisi segitiga kurang dari jumlah dua panjang sisi lainnya (ketaksamaan segitiga : $S_1 < S_2 + S_3$).**
- **Dua segitiga yang alasnya berlainan dan tingginya sama, luas daerahnya berbanding sebagai panjang alasnya**

Sifat-sifat segitiga(lanjutan)

- **Dua segitiga yang alasnya sama dan tingginya berlainan, luas daerahnya berbanding sebagai tingginya**
- **Dua segitiga yang sama salah satu sudutnya, luas daerahnya berbanding sebagai hasil kali panjang sisi yang mengapit sudut yang sama itu.**

Teorema Pythagoras

- Luas persegi pada sisi miring sebuah segitiga siku-siku sama dengan jumlah luas persegi pada kedua sisi siku-sikunya. Dengan kata lain, jika sudut B pada segitiga ABC sama dengan 90^0 maka $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
- Konversnya, jika $AB^2 + BC^2 = AC^2$ maka sudut B sama dengan 90^0 .



Kesebangunan dua segitiga

- Dua segitiga **ABC** dan segitiga **PQR** dikatakan sebangun jika terdapat korespondensi satu-satu antara titik-titik **A, B, C** dengan **P, Q, R**, sehingga sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang seletak mempunyai perbandingan yang sama, .
- Notasi **ABC** dan **PQR** sebangun ditulis dengan **$ABC \sim PQR$** .

LINGKARAN

- Lingkaran merupakan himpunan titik yang berjarak sama terhadap titik tertentu.
- Selanjutnya, titik tertentu tsb dinamakan pusat lingkaran.
- Jarak dari pusat lingkaran ke setiap titik pada lingkaran disebut jari-jari

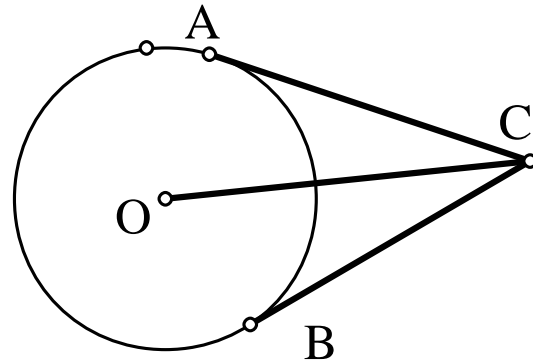
Sifat-sifat sudut pd lingkaran

- **Sudut keliling = setengah sudut pusat yang menghadap busur yang sama**
- **Sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah sama besar**
- **Sudut keliling yang menghadap setengah lingkaran adalah sudut siku-siku**

Sifat-sifat ... (lanjutan)

- Jumlah sudut yang berhadapan pada segiempat tali busur adalah 180°
- AC dan BC dua garis singgung lingkaran dan C titik potongnya :

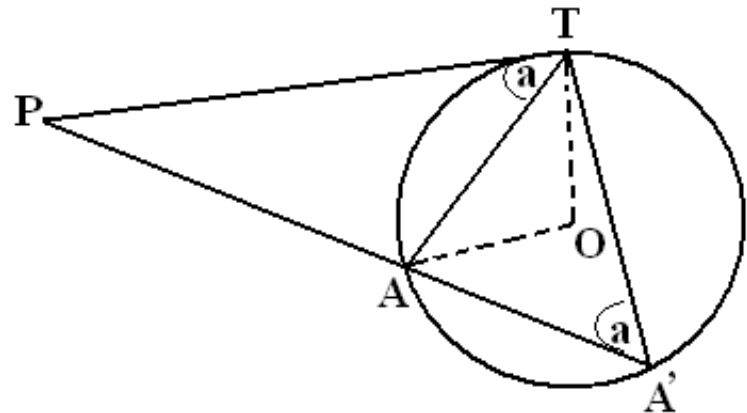
$$\angle ACO = \angle BCO$$



HITUNG POLIGON & LINGKARAN

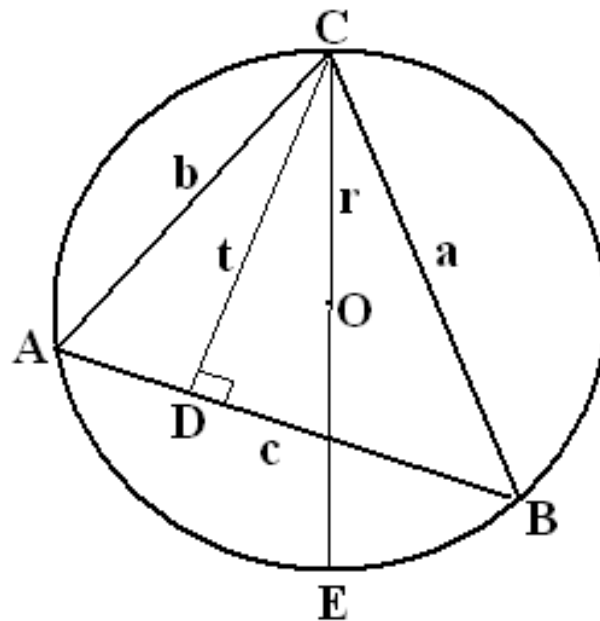
Teorema I. Secant Tangen

Jika P adalah sebuah titik di luar lingkaran, garis singgung dari P menyinggung lingkaran di titik T dan garis melalui P memotong lingkaran di A dan A' , maka $PA \cdot PA' = PT^2$.



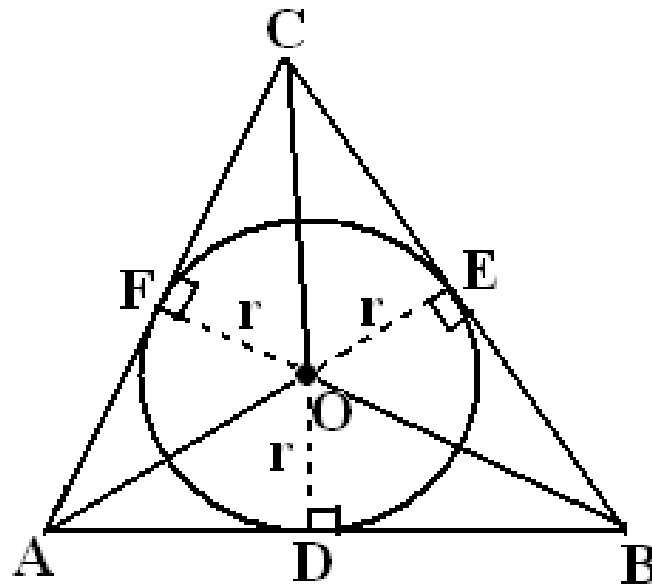
Teorema 2.

- Jari-jari lingkaran luar segitiga sama dengan hasil kali ukuran/panjang sisi-sisinya dibagi empat kali luas segitiga tersebut.



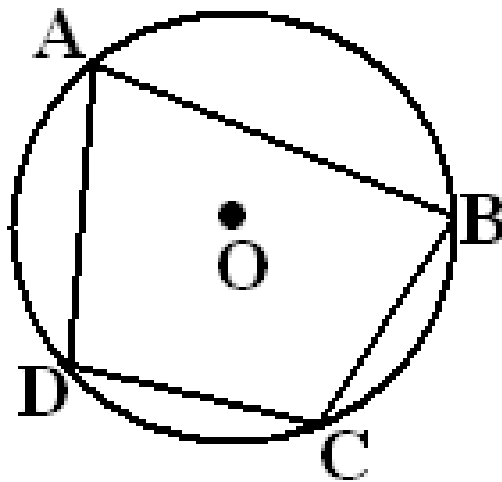
Teorema 3.

- **Jari-jari lingkaran dalam segitiga samadengan luas segitiga dibagi setengah kelilingnya.**



SEGIEMPAT TALIBUSUR

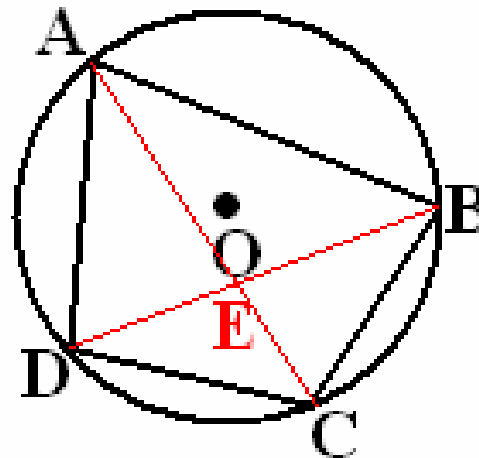
- **Segiempat talibusur adalah segiempat yang ke empat titik sudutnya terletak pada lingkaran atau keempat sisinya merupakan talibusur- talibusur lingkaran.**



SIFAT-SIFAT SEGIEMPAT TALIBUSUR

- 1. Dalam suatu segiempat talibusur, jumlah sudut-sudut yang berhadapan besarnya 180.
- 2. (Teorema Ptolemeus) Dalam suatu segiempat talibusur, hasil kali diagonal-diagonalnya samadg jumlah hasil kali sisi-sisi yang berhadapan.

$$BD \times AC = (AD \times BC) + (AB \times DC)$$

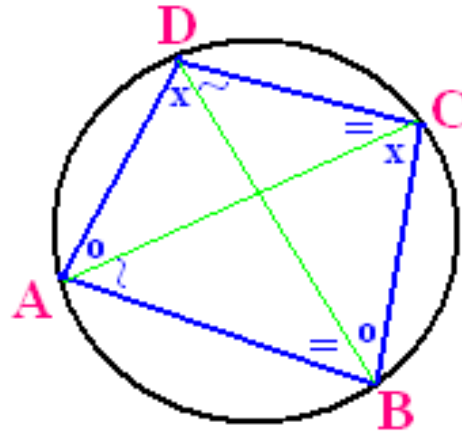


SIFAT-SIFAT...(lanjutan)

- **3. Jika segiempat ABCD adalah segiempat talibusur, maka berlaku**

$$\angle ADB = \angle ACB \quad \angle BDC = \angle BAC$$

$$\angle DAC = \angle DBC \quad \angle DCA = \angle DBA$$

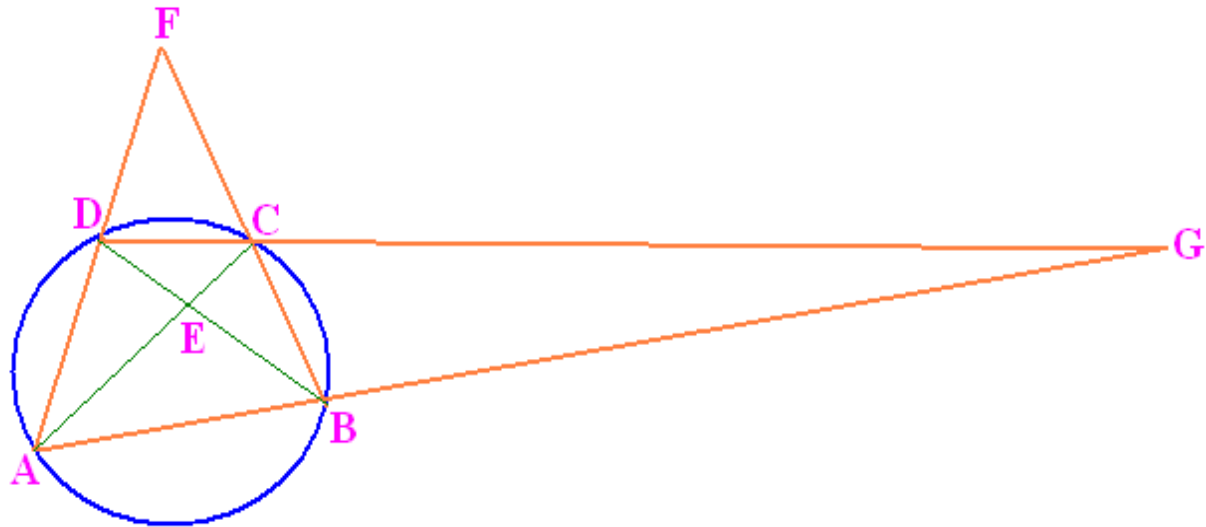


SIFAT-SIFAT...(lanjutan)

- **4. Jika ABCD talibusur, maka berlaku:**

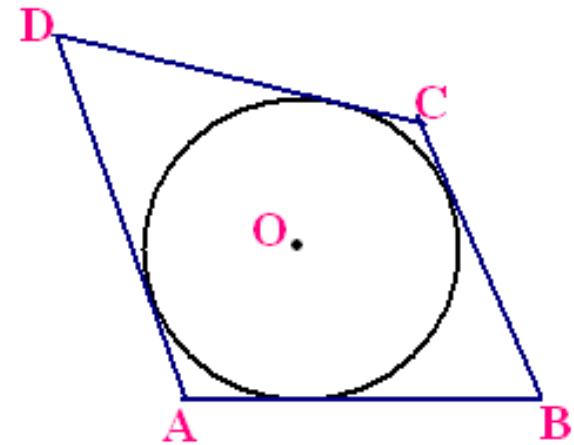
i. $GC \times GD = GB \times GA$; ii. $FD \times FA = FC \times FB$;

iii. $AE \times EC = BE \times ED$; iv. $AC \times BD = AB \times DC + AD \times BC$.



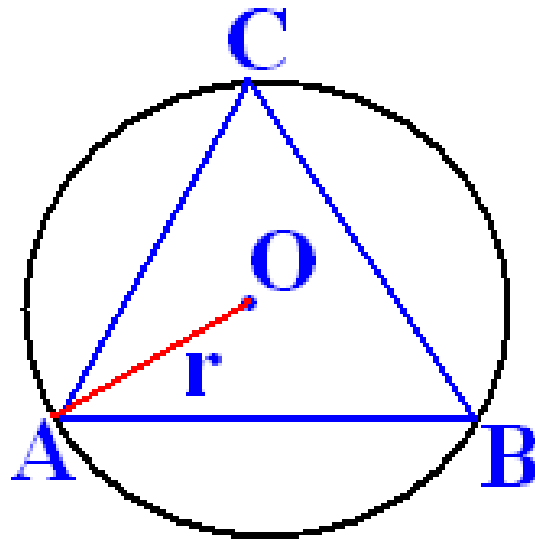
SEGIEMPAT GARIS SINGGUNG

- **Definisi: Segiempat garis singgung (Lingkaran dalam segiempat) adalah segiempat yang keempat sisi-sisinya menyinggung lingkaran.**
- **Teorema: Dalam segiempat garis singgung, jumlah panjang sisi-sisi yang berhadapan adalah sama panjang ($AB + CD = AD + BC$).**



Teorema

- **Setiap sisi segitiga beraturan dalam lingkaran berjari-jari r , ukurannya (panjang sisinya) adalah $r\sqrt{3}$**





TERIMA KASIH